Stefanie Diener, 13.11.2022 – Festigkeitsberechnung Spannhaken

Die bestehende Konstruktion der Spannhaken muss auf Festigkeit überprüft werden. Dafür wird im Folgenden betrachtet, welche Belastungen am Bauteil auftreten, und ob das Bauteil diesen über einen gewissen Zeitraum standhält. Die hier untersuchte Geometrie bezieht sich auf den CAD-Stand vom 05.01.2022 sowie die Projektarbeit [23].

In den folgenden Abschnitten werden zunächst die auf das Bauteil wirkenden Kräfte untersucht und der am meisten gefährdete Querschnitt ermittelt. An diesem Querschnitt wird ein statischer Festigkeitsnachweis erbracht. Anschließend wird die dynamische Festigkeit geprüft, dass heißt die Festigkeit des Bauteils unter Einbezug der Lebensdauer, der Schwingspiele und der Temperatur.

1. Belastungen und kritischer Querschnitt

Zunächst werden die auf das Bauteil wirkenden Kräfte betrachtet (Abbildung 1):

Bei der Kraft F_V handelt es sich um die Vorspannkraft der Tellerfeder, welche aufgrund der Anzahl der Spannhaken (3 Stück) gedrittelt und aufgerundet wird.

$$F_V = F_L = \frac{2500N}{3} \approx 834N$$

Aufgrund der komplexen Geometrie und der schwierigen exakten Vorhersage des Kraftflusses wird zur „Worst-Case“-Betrachtung die komplette Kraft über den äußeren Spannhaken abgeleitet.

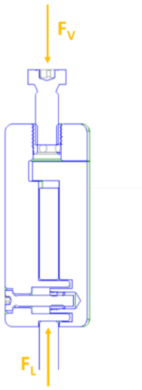


Abbildung 1 Skizze: Kräfte am Bauteil

Zur Ermittlung des kritischen Querschnitts werden zwei mögliche Positionen in Betracht gezogen, welche in Abbildung 2 dargestellt sind.

Die erste Position befindet an der oberen Kante des Spannhakens, die zweite Position befindet sich unten, an der zylindrischen Fläche. Für beide Positionen wird das Bauteil freigeschnitten, um die wirkenden Kräfte und Momente zu ermitteln und die daraus resultierende Belastung zu berechnen.

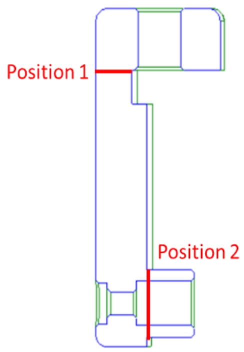
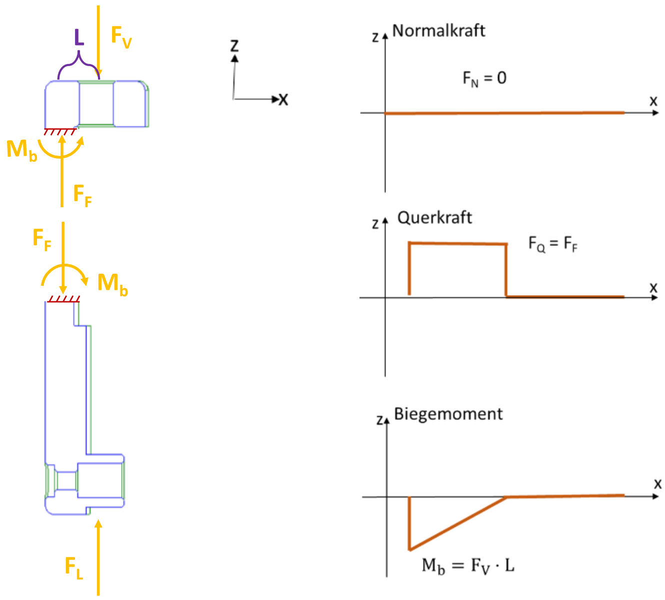


Abbildung 2 Skizze: Kritische Querschnitte

1.1. Berechnung der Belastung – Position 1



$$F_V = F_L = F_F = 834N$$

$$L = 9.473\ mm$$

$$M_b = F_V \cdot L = 8.22\ Nm$$

Abbildung 3 Skizze: Freischnitt und Schnittkräfteverlauf Position 1

In diesem Fall wirkt auf die freigeschnittene Fläche eine Normalkraft von $F_F = 834N$ und ein Biegemoment von $M_b = 8.22\ Nm$. Es treten also folgende Belastungen auf:

<u>Druckbeanspruchung</u>

In Folge der Normalkraft entsteht eine Druckspannung von

$$\sigma_d = \frac{F_F}{A} = \frac{834N}{(25mm \cdot 6.22736\text{mm})} = 5.36MPa.$$

Die freigeschnittene Fläche wird hierbei zur Vereinfachung als rechteckig angenommen, obwohl die Geometrie eine leichte Rundung aufweist.

<u>Biegebeanspruchung</u>

Der Widerstandsmoment beträgt

$$W_b = \frac{b \cdot h^2}{6} = 648.68\ mm^3.$$

In Folge des Biegemoments entsteht so eine Biegespannung von

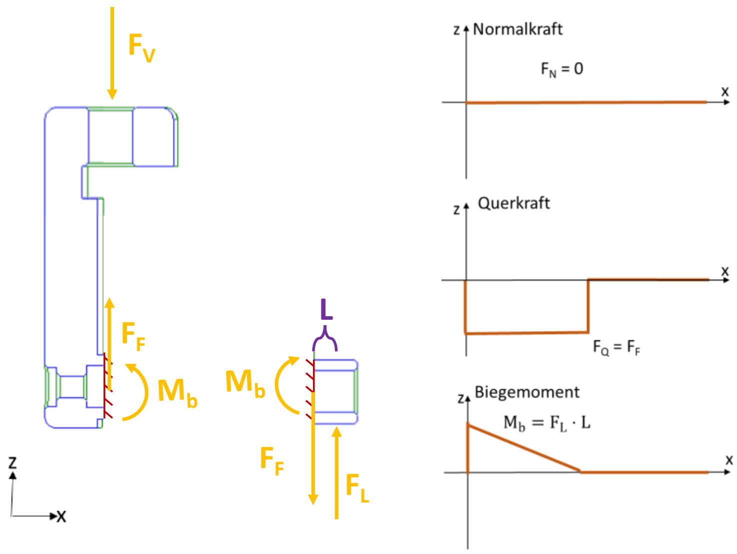
$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = 12.53\ MPa.$$

<u>Zusammengesetzte Beanspruchung</u>

Aus der Druckspannung und der Biegespannung setzt sich eine Gesamtspannung von

$$\sigma_d + \sigma_b = 17.88\ MPa$$

1.2. Berechnung der Belastung – Position 2



$$F_V = F_L = F_F = 834N$$

$$L = 2.75mm$$

$$M_b = F_L \cdot L = 2.29\ Nm$$

Abbildung 4 Skizze: Freischnitt und Schnittkräfteverlauf Position 2

<u>Biegebeanspruchung</u>

Der Biegemoment beträgt also $M_b = 2.29\ Nm$. Mit dem Außendurchmesser von $D = 10.8\ mm$ der Kreisfläche und dem Innendurchmesser von $d = 7\ mm$ ergibt sich ein Widerstandsmoment von

$$W_b = \frac{(D^4 - d^4) * \pi}{32D} = 101.85\ mm^3\ .$$

Die resultierende Biegespannung beträgt

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = 22.52\ MPa.$$

<u>Schubbeanspruchung</u>

Aufgrund der Querkraft $F_Q = F_F = 834\ N$ ergibt sich eine Schubspannung von

$$\tau_S = \frac{F}{A} = \frac{834N}{\left(\frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}\right)} = \ 15.7\ MPa.$$

<u>Zusammengesetzte Beanspruchung:</u>

Nach Mises ergibt sich aus den beiden auftretenden Beanspruchungsarten eine Vergleichsspannung von

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot \tau_S^2} = 35.3\ MPa.$$

Somit ist von den beiden untersuchten Positionen der Querschnitt an Position 2 höher belastet und wird in der nachfolgenden Festigkeitsbetrachtung als kritischer Querschnitt verwendet.

2. Beanspruchungen und Lastfall

Es handelt sich um eine schwellende Belastung. Dabei wirkt die Vorspannkraft der Schraube im Normalzustand, es wirkt die Maximalspannung. Erhitzt sich das Wasser im Boiler und steigt der Innendruck an, sinkt die Kraft auf 0 (theoretisch).

Somit liegt eine dynamische Beanspruchung vor, bei der die Spannung zwischen der Oberspannung σ_O und der Unterspannung σ_U schwingt. Die Oberspannung entspricht der oben berechneten Vergleichsspannung σ_V. Da eine schwellende Belastung vorliegt, ist die Unterspannung null.

$$\sigma_O = 35.3\ MPa$$

$$\sigma_U = 0\ MPa$$

Die ruhende Mittelspannung beträgt

$$\sigma_m = \frac{\sigma_O + \sigma_U}{2} = 17.65\ MPa$$

und die Spannungsamplitude

$$\sigma_a = \pm \frac{\sigma_O}{2}$$

Ein Schwing- oder Lastspiel liegt vor wenn die Spannung, nachdem sie auf null gesunken ist, wieder den Ausgangswert von σ_O erreicht hat. In diesem Fall ist ein Schwingspiel also gleichzusetzen mit dem einmaligen An – und Ausschalten der Kaffeemaschine.

Für die weitere Rechnung wird als „Worst-Case"-Fall angenommen, dass die Maschine 10x täglich angeschaltet wird und eine Lebensdauer von 10 Jahren ausgelegt ist.

Damit ergibt sich eine Lastspielzahl von $N_a = 365 \cdot 10 \cdot 10\ = 36500$.

3. Festigkeitsnachweis

Im Folgenden wird sowohl die statische, als auch die dynamische Festigkeit des Spannhakens überprüft. Dabei bezieht die statische Festigkeit sich ausschließlich auf die maximal auftretende Spannung σ_O. Ausschlaggebend für die Ermüdungsfestigkeit sind die Beanspruchungsamplituden σ_a sowie die mittleren Beanspruchungen σ_m. Daher wird die Beanspruchung in schwingende Amplitudenanteile und mittlere Beanspruchungen aufgeteilt.

3.1. Statischer Festigkeitsnachweis

Die maximal am Bauteil auftretende Spannung beträgt $\sigma_O = 35.3\ MPa.$ Die Zugfestigkeit von PA-12 liegt bei $\sigma_\gamma = 48\ MPa$. Für die statische Festigkeit gilt dann

$$\sigma_{stat} = \sigma_\gamma \cdot A_S = 48\ MPa \cdot 0.8 = 38.4\ MPa,$$

wobei für den Abminderungsfaktor A_S hier 0.8 verwendet wird, da dieser Wert für teilkristalline, unverstärkte Thermoplaste in der Literatur vorgeschlagen wird.

Somit gilt

$$\sigma_O = 35.3\ MPa < 38.4\ MPa = \sigma_{stat} = \sigma_{zul}.$$

Damit ist die statische Festigkeit des Bauteils gegeben.

3.2. Einfluss der Temperatur

Aus Versuchen vom 26.10.2022 [Wiki] zeigt sich, dass der Außenzylinder und somit der untersuchte Spannhaken sich auf maximal 60°C erwärmen.

Für das verwendete Material PA-12 vom Hersteller HP sind keine Materialdaten unter Temperatureinfluss vorhanden. Daher wird anhand von Daten ähnlicher Materialien eine Abschätzung vorgenommen. In Abbildung 6 sind für verschiedene Materialien der PA12-Gruppe Spannungs-Dehnungs-Kennlinien für 23°C (durchgezogene Linien) und 60°C (gestrichelte Linien) gezeigt. Die verwendeten Materialdaten stammen von der Materialdatenbank [campusplastics].

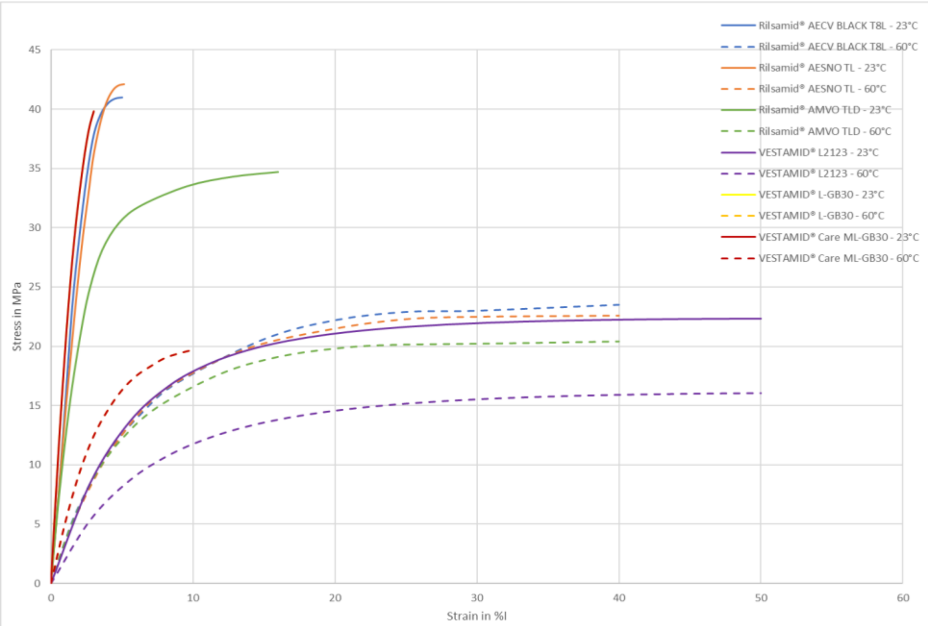


Abbildung 5 Spannungs-Dehnungs-Diagramm verschiedener Materialien der PA12-Gruppe bei 23°C und 60°C

Vergleicht man für diese sechs Materialien jeweils die Streckgrenze bei 23°C und 60°C, ergibt sich ein Durchschnittswert von

$$\sigma_{Y,60°C} = 0.57 \cdot \sigma_{Y,23°C}$$

für die Streckgrenze bei 60°C.

Der Wert 0.57 wird in der weiteren Berechnung als Temperatur-Abminderungsfaktor $A_T = 0.57$ einbezogen, um somit den Einfluss der Temperaturerhöhung von Raumtemperatur (23°C) auf ca. 60°C während des Betriebs einzubeziehen.

3.3. Ermüdungsfestigkeitsnachweis

Weiterhin muss die Ermüdungsfestigkeit des Bauteils geprüft werden, also auf die Festigkeit in Bezug auf die zyklisch auftretende Belastung.

Dafür wird die Wöhlerkurve für PA-12 bestimmt. Diese Angaben werden aus der Arbeit von [20210628_Nooragha_Quraishi_Sascha_Maertin_Festigkeitsnachweis_des_Hebels_aus_PA_12] übernommen.
Demnach ist die Grenzspannungsamplitude σ_G für PA-12

$$\sigma_G = 9.6\ MPa.$$

Da hier der in 3.2 beschriebene Abminderungsfaktor A_T für die Temperatur hinzukommt, gilt

$$\sigma_{GT} = \sigma_G \cdot A_T = 9.6\ MPa \cdot 0.57 = 5.47\ MPa.$$

Die Gleichung der Wöhlerkurve ist mit

$$\sigma_{zul} = \sigma_{GT} \left(\frac{N_a}{N_G}\right)^{-\frac{1}{k}}$$

beschrieben, wobei die Werte für

$$N_G = 10^7$$

und

$$k = 11.63$$

ebenfalls übernommen werden.

Mit der angepassten Lastspielzahl von $N_a = 36500$ ergibt sich somit

$$\sigma_{zul} = 5.472 MPa \left(\frac{36500}{10^7}\right)^{-\frac{1}{11.63}} = 8.87\ MPa.$$

Damit ist eindeutig zu erkennen, dass gilt

$$\sigma_O = 35.6\ MPa > 8.87\ \ MPa\ = \sigma_{zul}$$

Die Ermüdungsfestigkeit des Bauteils ist somit nicht gegeben.

Daher sollte ein anderer Werkstoff und eine eventuelle Neukonstruktion in Betracht gezogen werden.

Anmerkung:

Bei dem Temperaturabminderungsfaktor handelt es sich hier um einen abgeschätzten Wert, da keine expliziten Materialdaten vorhanden sind. Die Genauigkeit der Abschätzung ist an dieser Stelle allerdings irrelevant, da auch ohne den Einfluss der Temperatur die auftretende Spannung die zulässige Spannung (bei Raumtemperatur) überschreitet:

$$\sigma_{zul} = 9.6\ MPa \left(\frac{36500}{10^7}\right)^{-\frac{1}{11.63}} = 15.56\ MPa$$

$$\sigma_O = 35.6\ MPa > 15.56\ MPa\ = \sigma_{zul}$$